Вариант 1

1. Найти и построить область определения функции
$$z=\sqrt{3-x^2-y^2}.$$
2. Найти полный дифференциал функции
$$z=\cos^2\frac{x-y^2}{x^2-y}$$
3. Для функции $z=\dfrac{\operatorname{tg}2u}{v^2}$, где $u=\operatorname{arc\,tg}\sqrt{xy}, v=\dfrac{y}{x}$, найти частные производные $\dfrac{\partial z}{\partial x}$ и $\dfrac{\partial z}{\partial y}$
4. Найти уравнение касательной плоскости и нормали к заданной поверхности S в точке $M_0(x_0,y_0,z_0)$.
$$S:\quad x^2+y^2+z^2+6z-4x+8=0, M_0(2,1,-1).$$
5. Вычислить приближённо $\operatorname{arctg}\dfrac{7,02}{6,97}$.
6. Исследовать на экстремум функцию
$$z=y\sqrt{x}-2y^2-x+14y.$$
7. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z=z(x,y)$ в области $\overline{D}$, ограниченной заданными линиями
$$z=3x+y-xy,\quad \overline{D}: y=x, y=4, x=0.$$

Вариант 2

1. Найти и построить область определения функции $z = \arcsin(x - y)$.
2. Найти полный дифференциал функции
$$u(x, y, z) = \frac{xy}{z} \ln(x^2 + y^2 + z^2).$$
3. Для функции $z = \frac{\operatorname{tg} 2u}{v^2}$, где $u = \operatorname{arc\,tg} \sqrt{xy}, v = \frac{y}{x}$, найти частные производные $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$
4. Найти уравнение касательной плоскости и нормали к заданной поверхности $S: x^2 - 4y^2 + z^2 = -2xy$, параллельной плоскости $2x - y + 6z = 1$:
5. Вычислить приближённо изменение функции $z = x^2 - xy + y^2$, если x изменяется от 2 до 2,15, а y изменяется от 1 до 1,25.
6. Исследовать на экстремум функцию $z = x^3 + 8y^3 - 6xy + 5$.
7. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = z(x, y)$ в области $\overline{D}$, ограниченной заданными линиями
$z = xy - x - 2y, \quad \overline{D}: y = x, y = 0, x = 3.$

Вариант 3.

1. Найти и построить область определения функции
$$z = \sqrt{y^2 - x^2}.$$
2. Найти полный дифференциал, если $u(x, y, z) = \left(\frac{y}{x}\right)^z$.
3. Найти производные $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{dz}{dx}$ функции $z = z(x, y)$, если $z = \operatorname{arctg}\frac{x+1}{y}$, где $y = e^{(x+1)^2}$.
4. Найти уравнение касательной плоскости и нормали к заданной поверхности $S: x^2 + y^2 + z^2 - xy + 3z = 7$, перпендикулярной данной плоскости $4x + 2y - z + 4 = 0$.
5. Вычислить приближённо $\sin 32° \cdot \cos 59°$.
6. Исследовать на экстремум функцию
$$z = 1 + 15x - 2x^2 - xy - 2y^2.$$
7. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = z(x, y)$ в области $\overline{D}$, ограниченной заданными линиями
$$z = x^2 + 2xy - 4x + 8y, \quad \overline{D}: x = 0, x = 1, y = 0, y = 2.$$

Вариант 4.

1. Найти и построить область определения функции $z = \ln(4 - x^2 - y^2)$.

2. Найти $d^2 z$, если $z =$ arctg $\dfrac{y}{x}$.

3. Найти частные производные $\dfrac{\partial z}{\partial x}$ и $\dfrac{\partial z}{\partial y}$ неявной функции $z = z(x, y)$, определяемой уравнением
$$\ln (xz) + \frac{x^2 + y^2}{z} = 0.$$

4. Найти уравнение нормали к поверхности $x^2 - 2x + 6y - z^2 = 4$ параллельной прямой
$$\frac{x}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-1}{4}.$$

5. Проверить, удовлетворяет ли указанному уравнению данная функция u.
$$y\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = (1 + y\ln x)\frac{\partial u}{\partial x}, u = x^y.$$

6. Исследовать на экстремум функцию $z = 1 + 6x - x^2 - xy - y^2$.

7. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = z(x, y)$ в области $\overline{D}$, ограниченной заданными линиями
$$z = 5x^2 - 3xy + y^2, \quad \overline{D}: x = 0, x = 1, y = 0, y = 1.$$

Вариант 5.

1. Найти и построить область определения функции
$z = 2/(6 - x^2 - y^2)$.
2. Найти частные производные и полный дифференциал,
если $u(x, y, z) = \left(\dfrac{y}{x}\right)^{z}$.
3. Найти уравнение касательной плоскости и нормали к заданной поверхности $S: 2x^2 - y^2 + z^2 + y - 4z = 13$, перпендикулярной прямой $x = y = z$.
4. Найти производные $\dfrac{\partial z}{\partial x}$ и $\dfrac{dz}{dx}$ функции $z = z(x, y)$,
если $z = \operatorname{arctg}\dfrac{x+1}{y}$, где $y = e^{(x+1)^2}$.
5. Вычислить приближённо $\sin 32° \cdot \cos 59°$.
6. Исследовать на экстремум функцию
$z = x^3 + y^2 - 6xy - 39x + 18y + 20$.
7. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = z(x, y)$ в области $\overline{D}$, ограниченной заданными линиями
$z = x^2 + 2xy - y^2 - 4x, \quad \overline{D}: x - y + 1 = 0, x = 3, y = 0.$

Вариант 6.

1. Найти и построить область определения функции $z=\sqrt{x^2+y^2-5}.$
2. Найти частные производные $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$, если

   $z=u^2\ln v,$ где $u=\frac{y}{x}, v=x^2+y^2$.
3. Найти уравнение касательной плоскости и нормали к заданной поверхности $S: x^2+y^2+z^2-6y+4z+4=0,$ перпендикулярной прямой $\frac{x-2}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-3}{2}.$
4. Вычислить приближённо $\ln(0,09^3+0,99^3)$.
5. Проверить, удовлетворяет ли указанному уравнению данная функция u .

   $x^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+y^2\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=0, u=e^{xy}.$
6. Исследовать на экстремум функцию $z=2x^3+3y^3-6xy+5.$
7. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z=z(x,y)$ в области $\overline{D},$ ограниченной заданными линиями

$$z=x^2+y^2-2x-2y+8,\quad \overline{D}: x+y-1=0, x=0, y=0.$$

Вариант 7

1. Найти и построить область определения функции
   $z = \arccos(x+y)$.
2. Найти частные производные $\dfrac{\partial z}{\partial x}$ и $\dfrac{\partial z}{\partial y}$ и вычислить полный дифференциал, если $z = \ln \operatorname{tg} \dfrac{x}{y}$..
3. Для поверхности $x^2 - 2x + 6y - z^2 = 4$ найти уравнение касательной плоскости, параллельной плоскости $x + 3y + 4z - 8 = 0$.
4. Найти $\dfrac{dz}{dt}$ если
   $z = z(x, y, u) = x^2 y^3 u, x = t, y = t^2, u = \sin t$.
5. Проверить, удовлетворяет ли указанному уравнению данная функция u .
   $a^2 \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2}, u = \sin^2(x - ay)$.
6. Исследовать на экстремум функцию
   $z = 3x^3 + 3y^3 - 9xy + 10$.
7. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = z(x, y)$ в области $\overline{D}$, ограниченной заданными линиями
   $z = 2x^3 - xy^2 + y^2, \quad \overline{D}: x = 0, y = 0, x = 1, y = 6$.

Вариант 8

1. Найти и построить область определения функции $z = 3x + y/(2 - x + y)$.
2. Найти частные производные и полный дифференциал для данной функции $f(x, y, z)$
   $f(x, y, z) = \mathrm{arctg}(xy^2 + z)$.
3. Найти уравнение касательной плоскости и нормали к заданной поверхности $S: x^2 + y^2 - xz - yz = 0$, параллельной плоскости $x + y + z = 5$.
4. Вычислить приближённо $\mathrm{arctg}\left(\dfrac{1,97}{1,02} - 1\right)$.
5. Проверить, удовлетворяет ли указанному уравнению данная функция u.
   $$x^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - y^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0, u = y\sqrt{\frac{y}{x}}.$$
6. Исследовать на экстремум функцию $z = x^2 + xy + y^2 + x - y + 1$.
7. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = z(x, y)$ в области $\overline{D}$, ограниченной заданными линиями
   $z = 3x + 6y - x^2 - xy - y^2$, $\overline{D}: x = 0, y = 0, x = 1, y = 1$.

Вариант 9

1. Найти и построить область определения функции
   $z = \sqrt{9 - x^2 - y^2}$.
2. Вычислить значения частных производных для данной функции $f(x, y, z)$ в точке $M_0(x_0, y_0, z_0)$ с точностью до двух знаков после запятой
   $f(x, y, z) = \arcsin(x^2 / y - z),\ M_0(2, 5, 0)$. .
3. Найти уравнение касательной плоскости и нормали к заданной поверхности $S: x^2 + 2y^2 + 2yz - 3z^2 = 9$, перпендикулярной плоскости $\sigma: 2x - 4y + 3z - 8 = 0$.
4. Найти вторые частные производные указанной функции. Убедиться в том, что $z''_{xy} = z''_{yx}$.
   $z = \operatorname{arc} ctg(x - 3y)$.
5. Проверить, удовлетворяет ли указанному уравнению данная функция u.
   $$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0,\ u = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}.$$
6. Исследовать на экстремум функцию
   $z = 4(x - y) - x^2 - y^2$.
7. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = z(x, y)$ в области $\overline{D}$, ограниченной заданными линиями
   $z = x^2 + 4xy - 2y^2 - 6x - 1, \quad \overline{D}: x = 0, y = 0, x + y - 3 = 0.$

Вариант 10

1. Найти и построить область определения функции $z = \ln(x^2 + y^2 - 3)$.
2. Вычислить значения частных производных для данной функции $f(x,y,z)$ в точке $M_0(x_0, y_0, z_0)$ с точностью до двух знаков после запятой $f(x,y,z) = \sqrt{z}\sin(y/x)$, $M_0(2,0,4)$. .
3. Найти уравнение касательной плоскости и нормали к заданной поверхности $S: x^2 + y^2 - z^2 - 2xz + 2x = z$, перпендикулярной прямой $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+4}{-4} = \dfrac{z}{3}$.
4. Найти вторые частные производные указанной функции. Убедиться в том, что $z''_{xy} = z''_{yx}$. $z = \ln(3x^2 - 2y^2)$.
5. Проверить, удовлетворяет ли указанному уравнению данная функция u.
$$a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial y^2},\ u = e^{-\cos(x+ay)}.$$
6. Исследовать на экстремум функцию $z = 6(x-y) - 3x^2 - 3y^2$.
7. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = z(x,y)$ в области $\overline{D}$, ограниченной заданными линиями $z = x^2 + 2xy - 10$, $\overline{D}: y = 0, y = x^2 - 4$.

Вариант 11

1. Найти и построить область определения функции
   $z=\sqrt{2x^2-y^2}$.
2. Вычислить значения частных производных для данной функции $f(x,y,z)$ в точке $M_0(x_0,y_0,z_0)$ с точностью до двух знаков после запятой
   $f(x,y,z)=y/\sqrt{x^2+z^2}, M_0(-1,1,0)$..
3. Найти уравнение касательной плоскости и нормали к заданной поверхности S в точке $M_0(x_0,y_0,z_0)$.
   $S: x^2+y^2-2xy+2x-y=z, M_0(-1,-1,-1)$.
4. Найти вторые частные производные указанной функции. Убедиться в том, что $z''_{xy}=z''_{yx}$.
   $z=e^{2x^2+y^2}$.
5. Проверить, удовлетворяет ли указанному уравнению данная функция u.
   $$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial u}{\partial z}=0, u=(x-y)(y-z)(z-x).$$
6. Исследовать на экстремум функцию
   $z=x^2+xy+y^2-6x-9y$.
7. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z=z(x,y)$ в области $\overline{D}$, ограниченной заданными линиями
   $z=xy-2x-y,\quad \overline{D}: x=0, x=3, y=0, y=4$.

Вариант 12

1. Найти и построить область определения функции $z = 4xy/(x-3y+1)$.
2. Вычислить значения частных производных для данной функции $f(x,y,z)$ в точке $M_0(x_0,y_0,z_0)$ с точностью до двух знаков после запятой $f(x,y,z) = arctg(xz/y^2), M_0(2,1,1)..$
3. Найти уравнение касательной плоскости и нормали к заданной поверхности $S: z = y^2 - x^2 + 2xy - 3y$, параллельной плоскости $x + y + 2z = 0$.
4. Найти вторые частные производные указанной функции. Убедиться в том, что $z''_{xy} = z''_{yx}$. $z = ctg(y/x)$.
5. Проверить, удовлетворяет ли указанному уравнению данная функция u. $x\dfrac{\partial u}{\partial x} + y\dfrac{\partial u}{\partial y} = u, u = x\ln\dfrac{y}{x}$.
6. Исследовать на экстремум функцию $z = (x-2)^2 + 2y^2 - 10$.
7. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = z(x,y)$ в области $\overline{D}$, ограниченной заданными линиями $z = \dfrac{1}{2}x^2 - xy, \quad \overline{D}: y = 8, y = 2x^2$.

Вариант 13

1. Найти и построить область определения функции
$z = \sqrt{xy}/(x^2 + y^2)$.
2. Вычислить значения частных производных для данной функции $f(x, y, z)$ в точке $M_0(x_0, y_0, z_0)$ с точностью до двух знаков после запятой
$f(x, y, z) = \ln\sin(x - 2y + z/4), M_0(1, 1/2, \pi)$. .
3. Найти уравнение касательной плоскости и нормали к заданной поверхности S в точке $M_0(x_0, y_0, z_0)$.
$S: z = x^2 - y^2 - 2xy - x - 2y, M_0(-1, 1, 1)$.
4. Найти вторые частные производные указанной функции. Убедиться в том, что $z''_{xy} = z''_{yx}$.
$z = tg\sqrt{xy}$.
5. Проверить, удовлетворяет ли указанному уравнению данная функция u .
$y\dfrac{\partial u}{\partial x} + x\dfrac{\partial u}{\partial y} = 0, u = \ln(x^2 + y^2)$.
6. Исследовать на экстремум функцию
$z = (x-5)^2 + y^2 + 1$.
7. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = z(x, y)$ в области $\overline{D}$, ограниченной заданными линиями
$z = 3x^2 + 3y^2 - 2x - 2y + 2, \quad \overline{D}: x = 0, y = 0, x + y - 1 = 0$.

Вариант 14

1. Найти и построить область определения функции $z = \arcsin(x / y)$.
2. Вычислить значения частных производных для данной функции $f(x, y, z)$ в точке $M_0(x_0, y_0, z_0)$ с точностью до двух знаков после запятой
$$f(x, y, z) = \frac{y}{x} + \frac{z}{y} - \frac{x}{z},\ M_0(1,1,2)..$$
3. Найти уравнение касательной плоскости и нормали к заданной поверхности $S: x^2 - 2y^2 + 3z^2 = 13$, перпендикулярной плоскости $\sigma: 2x - y + 6z = 7$.
4. Найти вторые частные производные указанной функции. Убедиться в том, что $z''_{xy} = z''_{yx}$.
$$z = \cos(x^2 y^2 - 5).$$
5. Проверить, удовлетворяет ли указанному уравнению данная функция u.
$$x^2 \frac{\partial u}{\partial x} + xy \frac{\partial u}{\partial y} + y^2 = 0,\ u = \frac{y^2}{3x} + \arcsin(xy).$$
6. Исследовать на экстремум функцию $z = x^3 + y^3 - 3xy$.
7. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = z(x, y)$ в области $\overline{D}$, ограниченной заданными линиями
$$z = 2x^2 + 3y^2 + 1,\quad \overline{D}: y = \sqrt{9 - \frac{9}{4}x^2},\ y = 0.$$

Вариант 15

1. Найти и построить область определения функции
   $z = \ln(y^2 - x^2)$.
2. Вычислить значения частных производных для данной функции $f(x, y, z)$ в точке $M_0(x_0, y_0, z_0)$ с точностью до двух знаков после запятой
   $f(x, y, z) = 1/\sqrt{x^2 + y^2 - z^2}$, $M_0(1, 2, 2)$. .
3. Найти уравнение касательной плоскости и нормали к заданной поверхности $S: 4y^2 - z^2 + 4xy - xz + 3z = 9$, параллельной плоскости $\sigma: 2x - 4y + 2z + 1 = 0$.
4. Найти вторые частные производные указанной функции. Убедиться в том, что $z''_{xy} = z''_{yx}$.
   $z = \sin\sqrt{x^3 y}$.
5. Проверить, удовлетворяет ли указанному уравнению данная функция u.
   $$x^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 2xy \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + y^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + 2xyu = 0, \; u = e^{xy}.$$
6. Исследовать на экстремум функцию
   $z = 2xy - 2x^2 - 4y^2$.
7. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = z(x, y)$ в области $\overline{D}$, ограниченной заданными линиями
   $z = x^2 - y^2 - 2xy + 4x + 1, \quad \overline{D}: x = -3, y = 0, x + y + 1 = 0.$

Вариант 16

1. Найти и построить область определения функции
   $z = x^3 y/(3+x-y)$.
2. Вычислить значения частных производных для данной функции $f(x,y,z)$ в точке $M_0(x_0,y_0,z_0)$ с точностью до двух знаков после запятой
   $f(x,y,z) = \ln(x+y^2) - \sqrt{x^2 z^2}$, $M_0(5,2,3)$..
3. Найти уравнение касательной плоскости и нормали к заданной поверхности
   $S: z = x^2 + y^2 - 3xy - x + y + 2$, перпендикулярной плоскости $3x + z = 0$.
4. Найти вторые частные производные указанной функции. Убедиться в том, что $z''_{xy} = z''_{yx}$.
   $z = \arcsin(x - 2y)$.
5. Проверить, удовлетворяет ли указанному уравнению данная функция u.
   $$\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = 0, u = arctg\frac{x+y}{1-xy}.$$
6. Исследовать на экстремум функцию
   $z = x\sqrt{y} - x^2 - y + 6x + 3$.
7. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = z(x,y)$ в области $\overline{D}$, ограниченной заданными линиями
   $z = 3x^2 + 3y^2 - x - y + 1$, $\overline{D}: x = 5, y = 0, x - y - 1 = 0$.

Вариант 17

1. Найти и построить область определения функции $z = \arccos(x+2y)$.
2. Вычислить значения частных производных для данной функции $f(x,y,z)$ в точке $M_0(x_0, y_0, z_0)$ с точностью до двух знаков после запятой
$f(x,y,z) = \sqrt{z}x^y$, $M_0(1,2,4)$. .
3. Найти уравнение касательной плоскости и нормали к заданной поверхности $S: 2x^2 + y^2 + 2z^2 = 30$, перпендикулярной плоскости $\sigma: 2x - 4y + 6z = 7$.
4. Найти вторые частные производные указанной функции. Убедиться в том, что $z''_{xy} = z''_{yx}$.
$z = \arccos(4x - y)$.
5. Проверить, удовлетворяет ли указанному уравнению данная функция u.
$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0, u = \ln(x^2 + y^2 + 2x + 1).$$
6. Исследовать на экстремум функцию
$z = 2xy - 5x^2 - 3y^2 + 2$.
7. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = z(x,y)$ в области $\overline{D}$, ограниченной заданными линиями
$$z = 2x^2 + 2xy - \frac{1}{2}y^2 - 4x, \quad \overline{D}: x = 0, y = 2x, y = 2.$$

Вариант 18

1. Найти и построить область определения функции $z = \arcsin(2x - y)$.
2. Вычислить значения частных производных для данной функции $f(x,y,z)$ в точке $M_0(x_0, y_0, z_0)$ с точностью до двух знаков после запятой $f(x,y,z) = -z/\sqrt{x^2+y^2}, M_0(\sqrt{2},\sqrt{2},\sqrt{2})..$
3. Найти уравнение касательной плоскости и нормали к заданной поверхности S в точке $M_0(x_0, y_0, z_0)$. $S: x^2 - y^2 + z^2 - 4x + 2y = 14, M_0(3,1,4).$
4. Найти вторые частные производные указанной функции. Убедиться в том, что $z''_{xy} = z''_{yx}$. $z = \operatorname{arc}tg(5x + 2y).$
5. Проверить, удовлетворяет ли указанному уравнению данная функция u. $$x\frac{\partial u}{\partial x} + y\frac{\partial u}{\partial y} + u = 0, u = \frac{2x+3y}{x^2+y^2}.$$
6. Исследовать на экстремум функцию $z = xy(12 - x - y).$
7. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = z(x,y)$ в области $\overline{D}$, ограниченной заданными линиями $$z = x^2 - 2xy + \frac{5}{2}y^2 - 2x, \quad \overline{D}: x = 0, x = 2, y = 0, y = 2.$$

Вариант 19

1. Найти и построить область определения функции
$z = \ln(9 - x^2 - y^2)$.
2. Вычислить значения частных производных для данной функции $f(x, y, z)$ в точке $M_0(x_0, y_0, z_0)$ с точностью до двух знаков после запятой
$f(x, y, z) = \ln(x^3 + \sqrt[3]{y} - z), M_0(2,1,8)..$
3. Найти уравнение касательной плоскости и нормали к заданной поверхности $S: x^2 + y^2 - z^2 = 4,$
параллельной плоскости $\sigma: 2x - 4y + 2z + 1 = 0.$
4. Найти вторые частные производные указанной функции. Убедиться в том, что $z''_{xy} = z''_{yx}$.
$z = \operatorname{arc}tg(2x - y).$
5. Проверить, удовлетворяет ли указанному уравнению данная функция u.
$(\frac{\partial u}{\partial x})^2 + (\frac{\partial u}{\partial y})^2 + (\frac{\partial u}{\partial z})^2 = 1, u = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}.$
6. Исследовать на экстремум функцию
$z = xy(12 - x - y).$
7. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = z(x, y)$ в области $\overline{D}$, ограниченной заданными линиями
$z = xy - 3x - 2y, \quad \overline{D}: x = 0, x = 4, y = 0, y = 4.$

Вариант 20

1. Найти и построить область определения функции
   $z=\sqrt{3-x^2-y^2}$.
2. Вычислить значения частных производных для данной функции $f(x,y,z)$ в точке $M_0(x_0,y_0,z_0)$ с точностью до двух знаков после запятой
   $f(x,y,z)=z/(x^4+y^2),\, M_0(2,3,25)$..
3. Найти уравнение касательной плоскости и нормали к заданной поверхности $S: x^2-y^2-z^2=-5$, перпендикулярной прямой $x=y=z$.
4. Найти вторые частные производные указанной функции. Убедиться в том, что $z''_{xy}=z''_{yx}$.
   $z=\ln(4x^2-5y^3)$.
5. Проверить, удовлетворяет ли указанному уравнению данная функция u.
   $x\dfrac{\partial u}{\partial x}+y\dfrac{\partial u}{\partial y}=2u,\, u=(x^2+y^2)tg\dfrac{x}{y}$.
6. Исследовать на экстремум функцию
   $z=2xy-3x^2-2y^2+10)$.
7. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z=z(x,y)$ в области $\overline{D}$, ограниченной заданными линиями
   $z=x^2+xy-2,\quad \overline{D}: y=0, y=4x^2-4$.

Вариант 21

1. Найти и построить область определения функции
$z = 1/\sqrt{x^2 + y^2 - 5}.$
2. Вычислить значения частных производных для данной функции $f(x, y, z)$ в точке $M_0(x_0, y_0, z_0)$ с точностью до двух знаков после запятой
$f(x, y, z) = 8\sqrt[5]{x^3 + y^2 + z},\ M_0(3, 2, 1)..$
3. Найти уравнение касательной плоскости и нормали к заданной поверхности $S: x^2 + y^2 - xz + yz - 3x = 11,$ параллельной плоскости $x + 2y - 2z + 4 = 0.$
4. Найти вторые частные производные указанной функции. Убедиться в том, что $z''_{xy} = z''_{yx}.$
$z = e^{\sqrt{x+y}}.$
5. Проверить, удовлетворяет ли указанному уравнению данная функция u.
$9\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0,\ u = e^{-(x+3y)}\sin(x + 3y).$
6. Исследовать на экстремум функцию
$z = x^3 + 8y^3 - 6xy + 1.$
7. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = z(x, y)$ в области $\overline{D}$, ограниченной заданными линиями
$z = x^2 y(4 - x - y),\quad \overline{D}: x = 0,\ y = 0,\ y = 6 - x.$

Вариант 22

1. Найти и построить область определения функции
$z = 4x + y/(2x - 5y)$.
2. Вычислить значения частных производных для данной функции $f(x, y, z)$ в точке $M_0(x_0, y_0, z_0)$ с точностью до двух знаков после запятой
$f(x, y, z) = \ln(\sqrt[5]{x} + \sqrt[4]{y} - z), M_0(1,1,1)..$
3. Найти уравнение касательной плоскости и нормали к заданной поверхности $S: x^2 + 2y^2 + z^2 - 4xz = 8$, перпендикулярной плоскости $\sigma: 12x - 3y + 2z - 4 = 0$.
4. Найти вторые частные производные указанной функции. Убедиться в том, что $z''_{xy} = z''_{yx}$.
$z = \arcsin(4x + y)$.
5. Проверить, удовлетворяет ли указанному уравнению данная функция u.
$$x^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2xy \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + y^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0, u = xe^{y/x}.$$
6. Исследовать на экстремум функцию
$z = y\sqrt{x} - y^2 - x + 6y$.
7. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = z(x, y)$ в области $\overline{D}$, ограниченной заданными линиями
$z = x^3 + y^3 - 3xy, \quad \overline{D}: x = 0, x = 2y = -1, y = 2.$

Вариант 23

1. Найти и построить область определения функции
   $z = \sqrt{3x - 2y}\,/(x^2 + y^2 + 4).$
2. Вычислить значения частных производных для данной функции $f(x, y, z)$ в точке $M_0(x_0, y_0, z_0)$ с точностью до двух знаков после запятой
   $f(x, y, z) = -2x / \sqrt{y^2 + z^2},\ M_0(3, 0, 1)..$
3. Найти уравнение касательной плоскости и нормали к заданной поверхности S в точке $M_0(x_0, y_0, z_0)$.
   $S : x^2 - y^2 - 2z^2 - 2y = 0, M_0(-1, -1, 1).$
4. Найти вторые частные производные указанной функции. Убедиться в том, что $z''_{xy} = z''_{yx}.$
   $z = \arccos(x - 5y).$
5. Проверить, удовлетворяет ли указанному уравнению данная функция u .
   $$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0,\ u = arctg\,\frac{y}{x}.$$
6. Исследовать на экстремум функцию
   $z = x^2 + y^2 - xy + 9x - 6y + 20.$
7. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = z(x, y)$ в области $\overline{D}$, ограниченной заданными линиями
   $z = 4(x - y) - x^2 - y^2,\quad \overline{D} : x + 2y = 4, x - 2y = 4, x = 0.$

Вариант 24

1. Найти и построить область определения функции
   $z = 5/(4 - x^2 - y^2)$.
2. Вычислить значения частных производных для данной функции $f(x,y,z)$ в точке $M_0(x_0, y_0, z_0)$ с точностью до двух знаков после запятой
   $f(x,y,z) = ze^{-(x^2+y^2)/2}, M_0(0,0,1)$..
3. Найти уравнение касательной плоскости и нормали к заданной поверхности $S: x^2 + y^2 - 3z^2 + xy = -2z$, параллельной плоскости $\sigma : z = 5$.
4. Найти вторые частные производные указанной функции. Убедиться в том, что $z''_{xy} = z''_{yx}$.
   $z = \sin\sqrt{xy}$.
5. Проверить, удовлетворяет ли указанному уравнению данная функция u .
   $x\frac{\partial u}{\partial x} + y\frac{\partial u}{\partial y} = 0, u = arctg\frac{x}{y}$.
6. Исследовать на экстремум функцию
   $z = xy(6 - x - y)$.
7. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = z(x, y)$ в области $\overline{D}$, ограниченной заданными линиями
   $z = x^2 + 2xy - y^2 - 4x, \quad \overline{D}: x = 3, y = 0, y = x + 1$.

Вариант 25

1. Найти полный дифференциал функции
$$z = \cos^2 \frac{x - y^2}{x^2 - y}$$
2. Для функции $z = u^{\sin v}$, где $u = \arccos\sqrt{xy}, v = \arcsin(x - y),$ найти частные производные $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$.
3. Найти уравнение касательной плоскости и нормали к заданной поверхности S в точке $M_0(x_0, y_0, z_0)$.
$S: 2x^2 - y^2 + z^2 - 6x + 2y = 0, M_0(1, -1, 1).$
4. Вычислить приближённо $\operatorname{arctg} \frac{7,02}{6,97}$.
5. Проверить, удовлетворяет ли указанному уравнению данная функция u.
$\frac{\partial u}{\partial x}\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \frac{\partial u}{\partial y}\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0, u = \ln(x + e^{-y}).$
6. Исследовать на экстремум функцию
$z = -xy + x^2 + y^2 + x + y.$
7. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = z(x, y)$ в области $\overline{D}$, ограниченной заданными линиями

$z = 6xy - 9x^2 - 9y^2 + 4x + 4y, \quad \overline{D}: x = 0, x = 1, y = 0, y = 2.$